1 介绍

在计算机图形学中，很多自然现象的重现仍然是未解决的难题。特别地，对海洋表面的现实模拟仍然引起人们极大的兴趣。许多领域都依赖它：虚拟现实、电影、游戏、航行（Cieutat等人，2001）、海洋学模拟等等。

虽然产生了美丽的图画和动画，例如波浪折射（Gonzato和le Saec，2000年）（Gamito和Musgrave，2002年），但仍然需要具有逼真的波浪特征的海洋场景。基于流体力学方程的模型（Enright等，2002）（Mihalef等，2004）能给出更真实的结果，但不足以用于大型海域。

二十年来，计算机图形学中波浪表示的程序模型已经得到开发和改进（Iglesias，2004）。 Gerstner参数方程式及其傅里叶变换重写是海洋学界众所周知的。基于线性波理论，它们可以表示自然波形并在微小尺寸以上的深水中移动。由于它们没有描述任何净质量运输，因此仅限于不间断的海浪和无剧烈风暴的场景。

浪高测量数据可以模拟给定的海洋状态。在更一般的情况下，通过使用参数波谱来考虑海洋表面统计信息。对于给定的风向参数，波能的分布可以作为频率的函数。但是，现有方法均无法正确再现这些光谱描述的海洋状态。

在本文中，我们解释了波谱与海洋表面能之间的关系，并详细介绍了一种从中推论出波高的方法。我们提出了一种适用于参数和傅立叶变换模型的最佳频谱采样解决方案。这种方法可以精确模拟海洋表面。用户可以根据提供的天气条件轻松制作逼真的波浪动画。

本文的结构如下。第2节总结了计算机图形学的海洋模型。在第3节中，我们将详细介绍我们的方法，并给出经典的参数频谱示例。我们将在第4节中处理波动统计信息。在第5节中讨论结果，并在第6节中得出结论。

2 海洋模型

2.1 定义和关系

表面高度, 指的是在给定位置和时间，距离海洋表面平均高度的垂直距离. 波幅——波浪的最大表面高度. 波高是波谷与相邻波峰之间的垂直距离. 对于单波, . 波长是两个连续波峰之间的距离. 周期是连续波峰通过固定点之间的时间间隔.

频率是1秒内通过固定点的波峰数。波速或相位速度是波峰或波谷的速度. 它也可以表示为，其中是角速度或角频率，而是波数. 水深d是地面与平均水位之间的垂直距离.

深水的概念与波浪有关，并且与水深与波长的比率有关. 这来自于先验的表达

其中是标准重力加速度. 当时; 当时. 因此当时可以认为是深水，当时认为是浅水. 这导致上述术语的表达有所简化（请参阅表1）.

表1：海洋学术语之间的关系. 下标表示深水项

|  |  |
| --- | --- |
| 过渡深度: | 深水: |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

2.2 参数方程

海浪模拟的基本模型来自（Airy，1845）的线性（或小振幅）波理论，该理论广泛用于海洋工程中，而计算机图形学则来自（Peachey，1986）。它描述了具有正弦曲线形状的波浪，对应于平静的天气条件. 考虑点位于一维平面上并处于静止状态, 波数为、振幅为的波浪在时间处的高度为

其中角速度.

当波浪的陡度增加时，其波峰会变得更锐利，波谷会更平坦. 因此，（Fournier和Reeves，1986）使用了基于次摆线的更现实的描述，这种方法由（von Gerstner，1804）和（Rankine，1863）提出. 表面方程现在是

其中是静止时的表面高度(一般为0)，注意这里的重点是和的相之间有的差值. 拉格朗日模型描述了粒子在其静止位置周围的垂直平面中的轨迹. 对多个波求和并将等式3扩展到2D曲面可得出

其中是粒子在时间处的水平位置, 是其静止位置, 是波向量, 其大小为, 方向可以被认为是波传递的方向,是单位向量. 由于存在均匀分布的随机相位项, , 该模型也被称为随机波. 任意都可以被使用,从而允许使用自适应网格，以获得最佳的表面采样(Hinsinger等人2002).

2.3 逆傅里叶变换

另一个计算公式4的方法是2D逆离散傅里叶变换，被(Mastin等人1987), (Premoze和Ashikhmin, 2001)和(Tessendorf, 2001)使用. 个复数集合通过

变换到另一组集合.

其中并且. 由于快速傅里叶变换(FFT)计算公式之和是非常高效的，因此这特别重要. 然而, 与之前方法相比, 它也有更多的局限性. 集合被定义为个点的方格, 其尺寸为, 中心在原点, 所以, 其中, , 且均为整型. 公式4可重写为

其中和分别对应虚数和实数.

与其使用随机的相位项, 不如使用正态分布的随机振幅. 为了符合方程式5，波向量的集合必须为

和的定义与上述和一致. 计算的结果表面在所有方向上都是周期性的并可以用作平铺(Tessendorf,2001).

为了将FFT计算时间减少两倍, 可以使用实数而不是复数. 这是通过将两个振幅相同且方向相反的波相加而实现的(Tessendorf,2001). 公式7变为

这导致单个静态波具有随时间变化的幅度. 这种现象称为驻波. 该方法的缺点是生成的表面仅是预期表面的一半. 后半部分是通过将第一个部分绕原点旋转180度而获得的，从而导致图案重复。

3 波频

为了能够使用到目前为止讨论的模型，我们需要函数. 对于参数模型，我们还需要知道哪组波向量可特征化要生成的表面. 更自然的方法是使用海洋工程地面高程测量数据记录(Thon和Ghazanfarpour，2002）. 使用安装在浮标上的加速度计，卫星高度计，高频雷达和其他技术进行测量. 使用从时域到频域的傅立叶变换对收集的数据进行频谱分析.表面高度的分解给出了波频率的直方图，具有相应的振幅和可能的方向，称为频率振幅谱. 相同的分析方法可以用于海洋表面照片(Tessendorf,2001)(Thon和Ghazanfarpour,2002).

振幅谱可用于生成具有相关特征的表面. 但是，要获得具有不同海况的多个海洋表面，需要许多光谱. 取而代之的是，我们依赖于可以适应任何环境条件（例如风速和fetch）的参数波谱.

3.1 波能和振幅

海洋学家通常更关注波能而不是振幅. 为了这个目的, 它们使用另一中类型的频谱, , 被称为波频能量频谱(wave frequency energy spectrum)或波谱(wave spectrum), 这给出了波能分布作为连续频率函数的信息. 这是修改后的振幅频谱的平滑版(如下所示). 方向波谱加入方向信息：

其中是波的方向，是方向扩散函数(Directional spread function), 定义

对所有成立. 自（Mastin 等人1987）以来，Pierson-Moskowitz参数化波谱（请参阅第3.2节）已在计算机图形学领域被经常使用. 但是这种方法不能反映海洋表面的统计特征. 首先，这是一个连续函数，因此需要将其集成并和离散模型一起使用. 其次，波谱不提供有关波幅的直接信息，而是能量.

每单位表面积的平均能量为，其中为水密度，而为表面高度的方差. 波谱被定义为与表面能有关

对于零均值过程，如公式2中的正弦波模型，方差为

其中是均方根(root mean square). 对于一般的过程, 这变成. 由公式3得到的摆线波模型的平均振幅为，在大多数情况下，出于实际目的可以合理地忽略该振幅. 因此，为了简单起见，我们也将公式13应用于该模型. 振幅为的正弦波或摆线波的均方根为

正如我们将海洋表面看作是许多具有独立随机相位的波的总和一样，表面高度的总方差是每个波的方差的总和. 因此，采用有限范围的频率，以使其代表整个能量，即

我们将其划分为个宽度为的样本，并将每个样本的平均频率标记为, 获得关系

关于公式12和15，将其重写为

我们发现每一个波的振幅

为了考虑波的方向，我们对整个方向谱进行采样:

因此，对于具有角频率为, 方向为的波，我们现在可以计算相应的振幅.

3.2 参数频谱(Parametric spectra)

参数频谱模型是具有用户定义参数的经验表达法，已证实它们适合海洋表面高度测量。 最常见的参数包括风速，风向和fetch。它们可用于在没有测量数据的情况下模拟真实的海浪，但也可以对其进行更改以适合特定的数据。

现代参数波谱的基础是（Phillips，1957）发现的，其形式为

其中称为Phillips常数. 考虑到风速，（Pierson和Moskowitz，1964年）发现了一个表达式，该表达式描述了理论上无限获取(fetch)的完全成熟海(见图1). 这中模型用于海风没有变换且波增长几乎为0的开阔海域. 频谱是

其中是该频谱的波峰频率, 即. 通常的值为

其中是海水高度10米处的风速.

对于波浪持续增长的有限海域，JONSWAP频谱（Hasselmann等人，1973）更为合适（图2）：

其中

其中是波峰增强系数. 参数控制波峰的宽度. 用于该模型的参通常为

其中为海域宽度，单位是米

, 但可以在1至7之间变化. 且

由于fetch是海况描述的重要元素，因此我们使用JONSWAP频谱，而不是Pierson-Moskowitz频谱.

其他参数频谱模型可以在海洋文献中找到，包括来自遥远风暴的双峰频谱. 这些频谱通常表示为频率的函数. 为了保持积分相等，可以使用替换完成光谱之间的转换：

对于色散关系，我们使用（Longuet-Higgins，1962）发现的表达式：

其中是频谱的主方向, 一般指风的方向, 是标准化系数, 定义为

其中是伽马函数. 函数控制方向扩散的尖锐程度,定义为(Mitsuyasu等人1975):

其中

方差()

为了简单使用，仅需要将风速，方向和获取信息赋予频谱.为了使光谱曲线适合特定数据，例如海洋测量，可以更改默认参数值，直到达到所需的曲线形状为止(图4).

3.3 频谱采样

现在，我们正在寻找波动频率和方向的选择. 对于基于FFT的模型，渲染表面的大小和样本数量确定了要使用的波向量集（请参见公式8）. 对于参数一，由于没有这种限制，我们选择最能代表频谱能量色散的波. 为此，我们在有限域内对波谱进行采样. 我们希望该域在整个频谱中最具代表性，即 我们希望它尽可能的密集. 因此，通过迭代，我们找到了包含大约95％的总能量的最小域之一.

为简单起见，可以通过对每个样本取恒定大小来使用常规采样, 其中, , 和分别对应频率采样和角度采样. 但是，自适应采样更合适，尤其是在波的数量较少时，因为这可以更好地反映频谱属性. 为此，我们对代表大量能量的频谱部分进行了超采样，例如（Thon和Ghazanfarpour，2002）. 对于给定的频谱，我们构建一个4 + 6n个样本的四叉树，其中n是整数. 样本具有不同的大小，但每个样本大致对应相同的能量，因此具有相同的振幅. 样本中心为我们提供了相应的波向量极坐标（图5）. 因此，我们现在有了一组波幅，频率和方向. 为了将它们用于海洋模型，我们将频率转换为波数，并将极坐标转换为笛卡尔坐标，以获得一组波向量.

使用这种方法，我们可以使海洋表面具有逼真的波形和整体结构，从而与所需的天气状况相对应. 但是，如果需要仔细观察表面，我们必须特别注意短波. 当风速或fetch增加时，能量会传递到低频波，即波长较高的波(请参见图1和2). 在使用自适应采样时，低频采样更多，高频采样更少，产生更平滑的表面，但缺乏真实感. 因此，需要在对应于短波的第二域上采样频谱，直到毛细管波的大小. 该域必须接近第一个域，以避免在整个频率范围内出现“空洞”. 本着（Hinsinger et al。，2002）的精神，根据观察者与地面之间的距离，我们采集的样本数量可能会有所不同.